

第二代小波变换及其遥感图象应用

邓集锋

(北京大学计算机研究所文字信息处理技术国家重点实验室, 北京 1000871)

摘要 主要探讨了第二代小波变换的基本原理。通过上升型算法, 所有变换都在空间域进行, 能够进行本位运算, 既提高了效率, 又节省了内存开销。以经典的CDF双正交小波为例, 介绍了利用上升型模式构造第二代小波的实现过程。针对遥感图象处理的具体应用, 用第二代小波变换与滤波相结合的方法进行遥感图象的增强和模糊, 取得了很好的效果。

关键词 第二代小波变换, 上升型模式, 本位运算, 双正交小波, 图象处理

1 引言

小波是一个构造普通函数或描述数据集的通用工具。许多数据集在时/空域和频域中都存在相关性。借助小波良好的时频局部化特性, 人们可以用较少的小波系数刻画一个数据集的基本特征。在图象处理领域, 已有大量文献介绍小波图象压缩、边缘检测^[1]、纹理分割与分类^[2]等应用。传统的小波变换在频率域进行, 其基本的变换工具是Fourier分析, 又称第一代小波变换。

本文讨论了构造小波变换的新方法——上升型模式。其特点是所有的运算都在空间域进行, 从而摆脱了对频率域的依赖。这样, 不必借助Fourier分析, 且容易实现快速算法, 可广泛应用于图形图象等计算问题。这种小波变换的新方法称为第二代小波变换。上升型方法由Wim Sweldens等于1994年提出, 当时主要解决了表面及插值小波变换等问题^[3]。Sweldens等已用它构造了球面小波^[4], 并运用到彩色纹理制图等实际领域^[5]。

本文将介绍一种经典的双正交小波(CDF)^[6]的上升型构造过程。把小波变换和滤波处理结合起来, 实现了图象的增强和模糊等常用操作。

2 第二代小波变换—上升型快速算法

2.1 上升型快速算法

上升型小波变换包括3个步骤: 剖分、预测和更新。正向变换如图1所示。

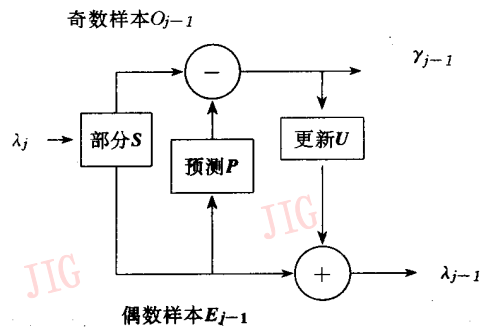


图1 上升型正向变换

Fig. 1 Lifting forward wavelet transform

剖分又称懒小波变换, 把离散的原始样本 $\lambda_{j,i}$ 分解成偶数样本 $\lambda_{j,2k}$ 和奇数样本 $\lambda_{j,2k+1}$ (通过间隔抽取采样): $\lambda_{j-1,k} = \lambda_{j,2k}, \gamma_{j-1,k} = \lambda_{j,2k+1}$ (1)

在预测阶段, 保持偶数样本不变, 利用插值细分方法来预测奇数样本。奇数样本与预测值之差称为细节系数。即:

$$\gamma_{j-1,k} = \lambda_{j,2k+1} - P(\lambda_{j-1,k}) \quad (2)$$

式中 P 表示预测算子。这些细节系数又称为小波系数,其值越小表示奇数样本预测值越精确,拟合得越好。

预测算子 P 的构造需要考虑原始信号本身的特点,反映数据的相关关系。在实现上不可能由 $\{\lambda_{j-1,k}\}$ 的值完全精确地预测 $\{\gamma_{j-1,k}\}$ 的值,但要保证 $P\{\lambda_{j-1,k}\}$ 尽可能地接近 $\{\gamma_{j-1,k}\}$ 。这样,我们得到的小波系数就会比较小。数据的相关性越强,大多数小波系数的值越小。

从频率域的角度看,小波系数表示原始数据的高频成份,是从 $\{\lambda_{j-1,k}\}$ 恢复到 $\{\lambda_{j,k}\}$ 时所需要的细节分量。相应地,我们称 $\{\{\lambda_{j-1,k}\}\}$ 为上升型系数,表示原始数据的低频成份。设原始数据有 2^N 个样本,进行 n 次分解(减采样)后,得到一个更紧凑的小波描述 $\{\lambda_{n,k}, \gamma_{-n,k}, \dots, \gamma_{-1,k}\}$ 。如图 2 所示,经过适当的边界处理,原始样本数可以任意多个。

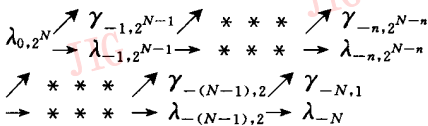


图 2 一维小波分解的系数

Fig. 2 coefficients of 1D wavelet decomposition

预测算子用预测函数来表示。预测函数通过插值细分方法构造。常用的插值细分方法有:分段线性插值和立方插值^[7,8]。线性插值中,一个点的插值位于它左右两点的连线上。立方插值用周围 4 个点拟合一个多项式。多项式的阶次称为插值细分的阶(矩)。Deslauries 和 Dubuc 最早提出递归多项式插值细分方法^[7]。设多项式的阶次为 N ,该方法所构造的插值尺度函数及小波函数如图 3、图 4 所示。

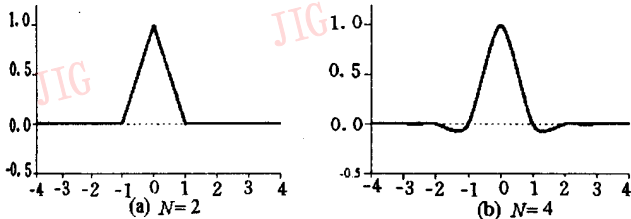


图 3 不同的插值细分阶次所对应的尺度函数

Fig. 3 Scale functions for various interpolation orders

在更新阶段,为了保证能量守恒,小波分解的平滑分量需要利用小波系数值更新,以满足:

$$\frac{1}{2^{j-1}} \sum \lambda_{j-1,k} = \frac{1}{2^j} \sum \lambda_{j,k} = \bar{M} \quad (3)$$

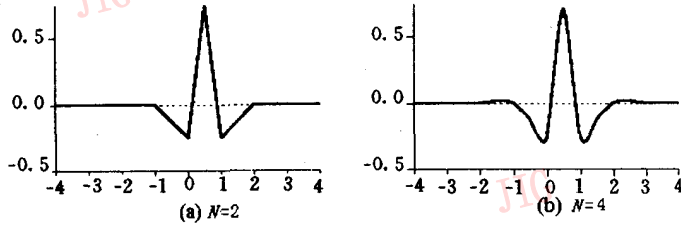


图 4 不同的插值细分阶次所对应的小波函数

Fig. 4 Wavelets for various interpolation orders

这样,最后一级分解所得的系数(即直流分量)等于原始信号的平均值 \bar{M} 。更新算子 U 应满足:

$$\lambda_{j-1,k} = \lambda_{j,2k} + U(\gamma_{j-1,k}) \quad (4)$$

(2)~(4) 3 个运算可以用本位(in-place)操作来实现:

$$(\gamma_{j-1,k}, \lambda_{j-1,k}) = S(\lambda_{j,k}), (S \text{ 为剖分算子})$$

$$\gamma_{j-1,k} = P(\lambda_{j-1,k}), \lambda_{j-1,k} = U(\gamma_{j-1,k}) \quad (5)$$

反向变换过程是上述过程的逆过程,如图 5 所示。也包括 3 个步骤:恢复更新、恢复预测和合并。它的本位操作可以表示如下:

$$\lambda_{j-1,k} = U(\gamma_{j-1,k}), \gamma_{j-1,k} = P(\lambda_{j-1,k}), \lambda_{j,k} = M(\gamma_{j-1,k}, \lambda_{j-1,k}) \quad (6)$$

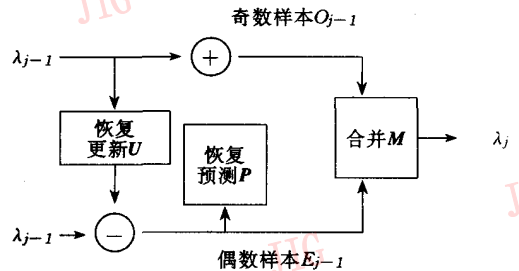


图 5 上升型反向变换

Fig. 5 Lifting backward wavelet transform

基于上升型模式的第二代小波变换的特点:

- (1) 本位操作:所有运算可做本位操作,节省内存;
- (2) 效率高:利用复合赋值,减少了浮点运算量;
- (3) 并行性:一个上升步骤中的所有操作是并行的,而多个上升步骤之间是串行的。
- (4) 逆变换:逆变换只须简单地改变代码执行的先后循序,具有与正向变换相同的计算复杂性。
- (5) 通用性:由于变换过程中不必依赖 Fourier 分析,很容易推广到一般性应用领域。
- (6) 易于构造非线性小波变换(如整数变换^[9],

已广泛用于无损图象编码中)。

(7) 支持适应性小波变换。函数的分析由粗到细逐步进行, 细化过程仅限于感兴趣的区域。

实际上, 上升型算法是一种改善快速小波变换的方法。单步的上升型算法并不能用于所有的小波构造过程, 事实上只有一些特殊的小波变换很容易用它构造, 比如双正交小波。不过, 涉及有限滤波器(FIR)的所有小波或子带变换可用多个上升步骤来构造。Daubechies 和 Sweldens 等已经证明, 借助于因子化小波变换, 所有小波的构造都能够用上升型模式实现^[10]。

实例 1 哈小波变换, 在正向变换中,

剖分: $(s_{j,2l}, s_{j,2l+1} = S(s_j),$
 $E_{j-1} = s_{j,2l}, O_{j-1} = s_{j,2l+1} \quad (7)$

预测: $d_{j-1,l} = O_{j-1} - P(E_{j-1}) = s_{j,2l+1} - s_{j,2l} \quad (8)$

更新:
 $s_{j-1,l} = E_{j-1} + U(d_{j-1,l}) =$
 $s_{j,2l} + \frac{1}{2}d_{j-1,l} = \frac{1}{2}(s_{j,2l} + s_{j,2l+1}) \quad (9)$

在反向变换中, 第 1 步, 撤消更新, 恢复偶数样本:

$E_{j-1} = s_{j-1,l} - U(d_{j-1,l}),$
 $s_{j,2l} = s_{j-1,l} - \frac{1}{2}d_{j-1,l} \quad (10)$

第 2 步, 撤消预测, 恢复奇数样本:

$O_{j-1} = d_{j-1,l} + P(E_{j-1}),$
 $s_{j,2l+1} = d_{j-1,l} + s_{j,2l} \quad (11)$

第 3 步, 合并:

$s_j = M(E_{j-1}, O_{j-1}),$
 $E_{j-1} = s_{j,2l}, O_{j-1} = s_{j,2l+1} \quad (12)$

实例 2 线性小波变换

在正向变换中, 第 1 步剖分同实例 1; 第 2 步, 预测:

$d_{j-1,l} = O_{j-1} - P(E_{j-1}) =$
 $s_{j,2l+1} - \frac{1}{2}(s_{j,2l} + s_{j,2l+2}) \quad (13)$

第 3 步, 更新:

$s_{j-1,l} = E_{j-1} + U(d_{j-1,l}) =$
 $s_{j,2l} + \frac{1}{4}(d_{j-1,l-1} + d_{j-1,l}) \quad (14)$

在反向变换中, 第 1 步, 撤消更新:

$E_{j-1} = s_{j-1,l} - U(d_{j-1,l}), s_{j,2l} =$
 $s_{j-1,l} - \frac{1}{4}(d_{j-1,l-1} + d_{j-1,l}) \quad (15)$

第 2 步, 撤消预测:

$O_{j-1} = d_{j-1,l} + P(E_{j-1}),$

$s_{j,2l+1} = d_{j-1,l} + \frac{1}{2}(s_{j,2l} + s_{j,2l+2}) \quad (16)$

第 3 步, 合并: (同实例 1)

2.2 双正交小波的上升型构造

A. Cohen, I. Daubechies 和 J. C. Feauveau 提出一个双正交小波簇^[6], 用形如 (n, \tilde{n}) 来区分它们 (简称 CDF 双正交小波), 其中 n 表示原小波函数 $\Psi(x)$ (对应于分解时的高通滤波器 \tilde{g}) 的消失矩数目, \tilde{n} 表示对偶小波函数 $\tilde{\Psi}(x)$ (对应于合成时的高通滤波器 g) 的消失矩数目, 图 6 列出原/对偶小波矩对 (n, \tilde{n}) 分别为 $(3, 1), (4, 2)$ 时的小波函数 (图中虚线) 与尺度函数 (图中实线)。它们具有以下特点:

- (1) 具有有限支撑, 能够保持信号的局部特征;
- (2) 尺度函数 $\phi(x)$ 具有对称性, 小波函数 $\Psi(x)$ 是对称或反对称的。适合于图象处理;
- (3) 滤波器系数形如: $z/2^{n+1}, z \in Z, n \in N$ 可简化运算。

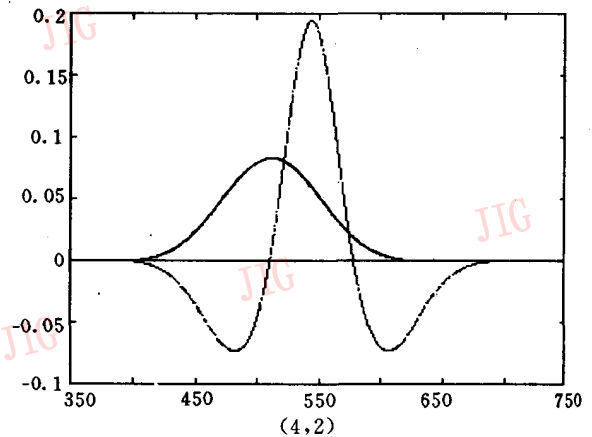
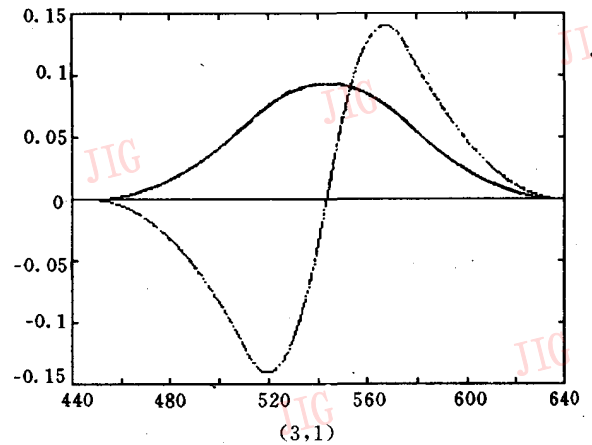


图 6 部分 CDF 双正交小波及其尺度函数的形状 (实线为尺度函数, 虚线为小波函数)

Fig. 6 Shapes of Some CDF biorthogonal wavelets and scale functions

小波的消失矩数目一般限制在6以内,从而缩短滤波器长度。滤波器越长,小波的光滑性越好,但局部性变差,不利于图象处理。我们采用上升型算法,实现了CDF双正交小波的构造与快速变换。

我们可以采用下列原上升(Primal Lifting)和对偶上升(Dual Lifting)的步骤来构造CDF小波。对偶上升步骤对应于预测阶段,原上升步骤对应于更新阶段。 $(n, \tilde{n}) = (1, 1)$ 为实例1的哈小波变换; $(2, 2)$ 为实例2的线性小波变换。对于 $(4, 2)$,采用下列两步上升型变换(以正向变换为例):

第1步,剖分(同实例1);

第2步,预测1:

$$d_{j-1,t} = O_{j-1} - P(E_{j-1}) = s_{j,2t+1} \quad (17)$$

第3步,更新1:

$$\begin{aligned} s_{j-1} &= E_{j-1} + U(d_{j-1,t}) = \\ s_{j,2t} &- \frac{1}{4}(d_{j-1,t-1} + d_{j-1,t}) \end{aligned} \quad (18)$$

第2步,预测2:

$$\begin{aligned} d_{j-1,t} &= O_{j-1} - P(E_{j-1}) = \\ s_{j,2t+1} &- (s_{j-1,t} + s_{j-1,t+1}) \end{aligned} \quad (19)$$

第3步,更新2:

$$\begin{aligned} s_{j-1} &= E_{j-1} + U(d_{j-1,t}) = \\ s_{j,2t} &+ \frac{3}{16}(d_{j-1,t-1} + d_{j-1,t}) \end{aligned} \quad (20)$$

3 遥感图象处理实例

上升型小波变换能够用于边缘检测、图象处理、模式识别和纹理制图等领域。

在遥感图象处理中,模糊(钝化)和增强(锐化)等常用的操作。许多算法利用屏蔽码实现这些滤波功能。它们仅仅改变了原始数据,不能灵活地控制要增强或细化的那些信息。利用上升型算法,我们就能够在不同的分辨率上控制频率值或空间参数。例如,在本位变换之后,根据滤波参数修改小波系数 γ ,就能够达到图象模糊或增强的目的。

下面我们以SpaceImaging遥感图象为例,演示CDF双正交小波用于图象增强和模糊的效果。

SpaceImaging公司的遥感图象具有很高的空间分辨率(多波段为 $4m \times 4m$,全色波段为 $1m \times 1m$)。图7为美国加州Los Gatos市区的一个全色波段遥感图象(已转换为256级灰度),像素大小为 400×358 。图中城市道路、建筑物等很清楚。图8为二级小波变换后的图象(CDF(2,2))。图9,10为上



图7 全色波段SpaceImaging遥感图象(灰度)
Fig.7 SpaceImaging panchromatic band Image(greyscale)

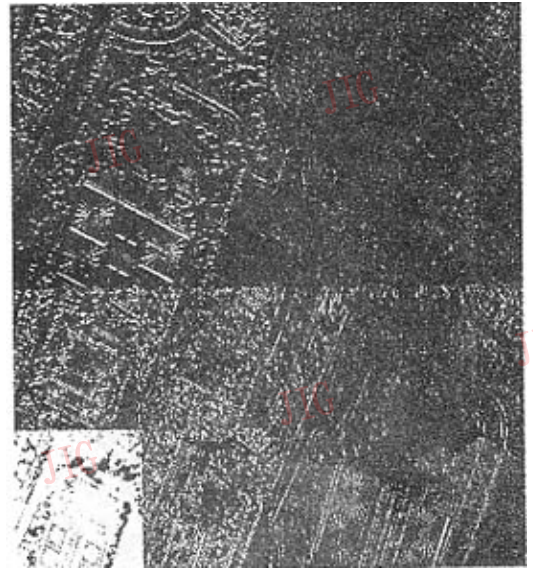


图8 CDF(2,2)小波二级分解图象(拉伸)
Fig.8 Result of CDF(2,2)wavelet decomposition,level2

升型小波变换与滤波之后的效果。图9采用CDF(1,3)双正交小波进行三级分解,用参数 $1.4 (>1)$ 作线性滤波,拉伸小波系数 γ ,再经过反向变换,得到增强图象。增强图象中,道路、建筑物等地物的边缘更加清晰了。图10采用CDF(2,2)双正交小波进行二级分解,用参数 $0.4 (<1)$ 作线性滤波,压缩小波系数 γ ,再经过反向变换,得到模糊图象。



图9 Space Imaging 图象小波增强的效果
Fig.9 Effect of SpaceImaging
image wavelet enhancement



图10 Space Imaging 图象小波模糊的效果
Fig.10 Effect of SpaceImaging image wavelet blurring

另外,对于CDF双正交小波 (n, \tilde{n}) ,设计算开销为每个尺度上采样信号对的加法和乘法次数之和。用传统的第一代小波变换,计算开销为 $3(n + \tilde{n}) - 2$;第二代变换的开销为 $3/2(n + \tilde{n})$ 。可见,计算速度将提高一倍左右。在上述实验中,采用Pentium 5120 PC机,实现CDF(2,2)二级分解与线性滤波的时间为2秒(增强与模糊的时间相同)。

4 结束语

本文通过研究第二代小波变换的基本原理,讨论用上升型算法实现CDF双正交小波变换的过程和步骤。利用小波变换的多分辨率分析功能,我们可以得到不同尺度下的一系列小波系数。对这些小波系数进行滤波处理,拉伸或压缩这些系数的值域,再经过反变换,我们将得到原始信号的锐化或平滑的效果。根据这一思想,我们成功地实现了遥感图象的增强处理和模糊处理。与传统方法不同的是,我们可以调整小波分解的尺度,能够在多个分辨率级别上控制频率或空间参数,得到一个满意的结果。此外,利用第二代小波构造多分辨率的特征空间,提取图象的边缘信息,可以有效地解决多波段遥感图象的分类问题。

参考文献

- 1 Mallat S G, Zhong S. Characterization of Signals from Multi-scale Edges. IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Mach. Intell., 1992, 14(7):710~732.
- 2 Andrew Laine, Jian Fan. Frame representation for texture segmentation, IEEE transactions on image processing, 1995, 13(4).
- 3 Sweldens W. The lifting scheme; A new philosophy in biorthogonal wavelets constructions. In: Laine A F and Unser M, editors. Wavelet Applications in Signal and Image Processing III, pp. 68-79. Proc. SPIE 2569, 1995.
- 4 Schroder P, Sweldens W. Spherical wavelets; Efficiently representing functions on the sphere. Computer Graphics. SIGGRAPH '95 Proceedings, 1995.
- 5 Schroder P, Sweldens W. Spherical wavelets; Texture Processing. In: Hanrahan P. and Purgathofer W. editors, Rendering Techniques '95, Springer Verlag, Wien, New York, 1995.
- 6 Cohen A, Daubechies I, Feauveau J. Bi-orthogonal bases of compactly supported wavelet. Comm. Pure Appl. 1992, 45:485~560.
- 7 Delauriers G, Dubuc S. Symmetric iterative interpolation process. Constr. Approx., 1989, 5(1):49~68.
- 8 Donoho D L. Interpolation wavelet transforms. Preprint, Department of Statistics, Stanford University, 1992.
- 9 Calderbank A R, Daubechies I, Sweldens W. Wavelet transforms that map integers to integers. Technical report. Department of Mathematics, Princeton University, 1996.
- 10 Daubechies I, Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps. Preprint, Aug. 1996.



邓集锋, 1994年北京理工大学系统工程专业硕士毕业, 现为北京大学计算机系博士研究生, 从师于陈堃铎教授。研究方向为地理信息系统、遥感图象处理和模式识别。

The 2nd Generation Wavelet Transform and its Application to Remote Sensing Images

Deng Jifeng

(National Key Laboratory of Text Processing, Institute of Computer Science & Technology, Peking University, Beijing 100871)

Abstract The principles of the 2nd generation wavelet transform is discussed. Through lifting algorithm, all transforms are processed in the spatial domain, which can be done by in-place operation. It will improve the computational efficiency while saving memory overloading. As an example, An implementation on how to construct the 2nd generation wavelet through lifting scheme using classical CDF biorthogonal wavelet is proposed. Combined lifting transform with linear filtering, we make an experiment on remote sensing images processing. It shows good effects on image enhancement and blurring.

Keywords 2nd generation wavelet transform, Lifting scheme, In-place operation, Biorthogonal wavelet, Image processing

更 正

本刊第2卷第11期发表的文章“MMTV 研制技术问题”, 由于录排、校对的疏忽, 将作者姓名田大鸣误为田大鸣, 特此更正, 并向作者深致歉意。

《中国图象图形学报》编辑部

1998. 1. 15